

B Ö L Ü M

3

Değişkenlik Ölçüleri



3.1 Standart Sapma ve Varyans

TANIM

Bir seriyi oluşturan gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan sapmalarının **kareli ortalaması** standart sapma olarak tanımlanır.

Frekans ve gruplandırılmış seride standart sapma şöyle hesaplanır

- ◆ Önce serinin aritmetik ortalaması ($\bar{x}$) hesaplanır.
- ◆ Hesaplanan aritmetik ortalama her bir gözlem değerinden çıkarılır; bu farkların kareleri frekanslarla çarpılarak toplanır.
- ◆ Aşağıdaki formüller sırasıyla uygulanarak standart sapma ve varyans hesaplanır.

$$1) \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{\sum n_i}$$

$$2) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$$

$$3) s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i}}$$

Standart sapma

$$\sigma^2 = s^2$$

Varyans (σ : sigma sembolü)



Pasta firmalarında aylık işlenen un miktarları

ÖRNEK 12

10 pasta firmasının aylık işlenen un miktarları ton cinsinden aşağıda gruplandırılmış seri olarak verilmiştir. Bu serinin standart sapmasını ve varyansını hesaplayınız.

Gruplar (ton)	n_i
10	1
20	2
50	3
70	2
80	1
100	1
Toplam	10

ÇÖZÜM

1. adım – Aritmetik ortalama: Her değer frekansı ile çarpılır ve toplanır ($10 \times 1 = 10$, $20 \times 2 = 40$, ...).

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
10	1	10	-42	1 764	1 764
20	2	40	-32	1 024	2 048
50	3	150	-2	4	12
70	2	140	18	324	648
80	1	80	28	784	784
100	1	100	48	2 304	2 304
Toplam	10	520			7 560

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{520}{10} = 52 \text{ ton}$$

2. adım – Sapmaların kareleri: Ortalama her değerden çıkarılır, farkın karesi alınır ve frekansla çarpılır. Örneğin ilk satır için: $10 - 52 = -42$, $(-42)^2 = 1764$, $1764 \times 1 = 1764$. Tüm satırların toplamı **7560**'tır.

3. adım – Standart sapma ve varyans:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{7560}{10}} = \sqrt{756} \approx 27,5 \text{ ton}$$

$$\sigma^2 = s^2 = 756$$

ÖRNEK 13

80 üniversite öğrencisinin geçen ay kütüphanede geçirdikleri süreler gruplandırılmış seri olarak aşağıda verilmiştir. Serinin standart sapmasını ve varyansını hesaplayınız.

Gruplar (saat)	n_i
10 - 14	8
14 - 18	28
18 - 22	27
22 - 26	12
26 - 30	4
30 - 34	1
Toplam	80



Kütüphanede geçirilen süreler

ÇÖZÜM

1. adım - Sınıf orta noktaları ve aritmetik ortalama: Gruplandırılmış seride her sınıfın orta noktası x_i olarak alınır (örneğin $(10 + 14) / 2 = 12$).

Gruplar (saat)	n_i	x_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
10 - 14	8	12	96	-6,95	48,3025	386,4200
14 - 18	28	16	448	-2,95	8,7025	243,6700
18 - 22	27	20	540	1,05	1,1025	29,7675
22 - 26	12	24	288	5,05	25,5025	306,0300
26 - 30	4	28	112	9,05	81,9025	327,6100
30 - 34	1	32	32	13,05	170,3025	170,3025
Toplam	80		1 516			1 463,80

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{1516}{80} = 18,95 \text{ saat}$$

2. adım - Sapmaların kareleri: İlk satır için: $12 - 18,95 = -6,95$; $(-6,95)^2 = 48,3025$; $48,3025 \times 8 = 386,42$. Tüm satırların toplamı **1463,80**'dir.

3. adım - Standart sapma ve varyans:

$$s = \sqrt{\frac{1463,80}{80}} = \sqrt{18,2975} \approx 4,28 \text{ saat}$$

$$\sigma^2 = s^2 \approx 18,30$$